

定常的な水理解析

土地改良事業計画設計基準 設計『パイプライン』技術書の「7. 定常的な水理現象の解析」における平均流速公式（ヘーゼン・ウィリアムス公式）と解析手法を以下に示す。

平均流速公式

$$V = 0.849 \times C \times R^{0.63} \times I^{0.54}$$

ここに、

- V : 平均流速 (m/s)
- C : 流速係数
- R : 径深
- I : 動水勾配

上記式をもとに円形管について次の各式が誘導される。

$$V = 0.355 \times C \times D^{0.63} \times I^{0.54}$$

$$Q = 0.279 \times C \times D^{2.63} \times I^{0.54}$$

$$D = 1.626 \times C^{-0.38} \times Q^{0.38} \times I^{-0.21}$$

$$I = h_f / L = 10.67 \times C^{-1.85} \times D^{-4.87} \times Q^{1.85}$$

ここに、

- D : 口径(m)
- h_f : 摩擦損失水頭(m)
- Q : 流量(m^3/s)
- L : 管路長(m)

管網水理計算法

管網配管の水理計算の手法は、大別して次の2手法がある。

a. ハーディ・クロス法（流量法）

管網を構成する各管路の流量および流向を仮定し、この仮定流量をもとにして流量の回復補正計算を行い、流量、流向および損失水頭を求める。

a. 節点水頭法（水位法）

管網を構成する各管路の節点の水頭を仮定し、節点間を結ぶ管路の流量を節点動水頭で表す流量式と、各節点に接続する各管路の流量が満たすべき節点方程式により連立方程式を立て、この連立方程式を解くことにより節点の動水頭、流量および流向を求める。

ハーディ・クロス法は管網配管のみ検討可能に対して、節点水頭法は管網だけでなく樹枝状配管も検討可能なため、利用範囲が広く汎用性があるので本計算は節点水頭法を用いる。

次ページより節点水頭法による解析手法を記す。

節点水頭法による解析手法

パイプライン組織において、節点*i*の流入量 Q_i と各節点の流出量 q_{ij} の関係は次式となる。

$$-Q_i = q_{i1} + q_{i2} + q_{i3} + q_{i4} + \dots$$

以下に示す一般式で説明することができる。

$$-Q_i = \sum_{j=1}^m q_{ij} \quad (1)$$

ここで、節点は分岐のない直線部分にも設定できることから、パイプライン組織では次式(2)の連続方程式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} Q_i &= - \sum_{j=1}^m q_{ij} \\ \sum_{j=1}^m Q_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (但し、i \neq j) \quad (2)$$

次に、式(2)の*i* ~ *j* 区間の流量 q_{ij} はヘーゼン・ウィリアムス公式から次のようになる。

ここに、

$$q_{ij} = 0.27853 \times C \times D_{ij}^{2.63} \times \left(\frac{h_i - h_j}{L_{ij}} \right)^{0.54} \quad (3)$$

- m : パイプライン組織の節点数
- Q_i : *i* 点の吐出量(m^3/s)
- q_{ij} : 区間*i* ~ *j* の流量(m^3/s)
- C : 流速係数
- D_{ij} : 区間*i* ~ *j* の管径(m)
- h_i : *i* 点の動水位(m)
- h_j : *j* 点の動水位(m)
- L_{ij} : 区間*i* ~ *j* の延長(m)

式(3)は次式のように変換することができる。

$$q_{ij} = k_{ij} \times (h_i - h_j) \quad (4)$$

ここに、

$$k_{ij} = 0.27853 \times C \times D_{ij}^{2.63} \times L_{ij}^{-0.54} \times |h_i - h_j|^{-0.46}$$

式(4)を式(2)に代入すれば、式(5)が得られ、式(6)のように展開される。

$$\begin{aligned} Q_i &= - \sum_{j=1}^m k_{ij} \times (h_i - h_j) \\ &= - \left(\sum_{j=1}^m k_{ij} \right) h_i + \sum_{j=1}^m k_{ij} h_j \quad (但し、i \neq j) \end{aligned} \quad (5)$$

$$k_{i1} h_1 + k_{i2} h_2 + \dots + \left(- \sum_{j=1}^m k_{ij} \right) h_i + \dots + k_{im} h_m = Q_i \quad (6)$$

式(6)は、パイプライン組織の任意の節点において圧力と流量の関係を定める特性式であり、全節点mに対する動水位hと流量の関係は k_{ij} を係数パラメータとして、式(7)に示すm次元の方程式として表される。

$$\left. \begin{array}{l}
 \left(- \sum_{j=1}^m k_{ij} \right) h_1 + k_{12} h_2 + \dots + k_{1m} h_m = Q_1 \\
 k_{21} h_1 + \left(- \sum_{j=1}^m k_{ij} \right) h_2 + \dots + k_{2m} h_m = Q_2 \\
 \vdots \\
 k_{m1} h_1 + k_{m2} h_2 + \dots + \left(- \sum_{j=1}^m k_{ij} \right) h_m = Q_m
 \end{array} \right\} \quad (7)$$

式(7)を行列 (Matrix) で表せば、式(8)になる。

$$[A] \{ h \} = \{ F \} \quad (8)$$

ここに、

$$[A] = \begin{bmatrix}
 a_1 & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1m} \\
 k_{21} & a_2 & k_{23} & \dots & k_{2m} \\
 k_{31} & k_{32} & a_3 & \dots & k_{3m} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 k_{m1} & k_{m2} & k_{m3} & \dots & a_m
 \end{bmatrix} \quad \{ h \} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ \vdots \\ h_m \end{bmatrix} \quad \{ F \} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix}$$

式(8)は、連立一次方程式の解法として標準化されている反復法 (ガウス・ザイデル法) や消去法 (掃出し法) 及び共役傾斜法等を用いて解くことができる。本計算書は反復法 (ガウス・ザイデル法) を用いる。

また、大規模なパイプライン組織では、マトリックス [A] の特性を利用して、マトリックス分割法により解を得ることができる。ただし、次式(9)を満足するような収束演算を行わなければならない。

$$| h_i^{(m+1)} - h_i^m | < a \quad (9)$$

ここに、

- h_i^m : i 点の第m回目の演算結果
- $h_i^{(m+1)}$: i 点の第m + 1 回目の演算結果
- a : 許容誤差 (一般的に 10^{-3m} 以下)

以上によって求められた各節点の動水位に対して、式(3)を適用すれば区間流量が求められる。

計算した結果を一覧として次ページ以降に記す。

1. 基本入力データ

- ・タイトル [計画最大流量]
- ・動水頭点数 1
- ・流量点数 11
- ・管路数 12
- ・ポンプ数 0
- ・計算精度 0.001000(m³/s)
- ・最大流量併合差 0.000120(m³/s) ・ 節点番号 2
- ・実際線回数 9

2. 計算タイプ

- ・ヘーゼン・ウィリアムス

3. 静水位

- ・0.000 (m)

4. 設計管径および単位

- 1) 管 径 : 実内径
- 2) 単 位 : m³/s

5. 流量名称

- 1) 計画最大流量

6. 損失割増係数

- ・1.100 (m)

7. 判定基準

- 1) 許容最小流速 : 0.300 (m/s)
- 2) 許容最大流速 : 2.000 (m/s)
- 3) 許容平均流速 : 5.000 (m/s)
- 4) 最低余裕高さ : 3.000 (m)
- 5) 最高余裕高さ : 6.000 (m)

8. 水頭の算出基準

- 1) 有 効 水 頭 : 動水位 - 地盤高
- 2) 静 水 頭 : 静水位 - 地盤高
- 3) 節点の出力基準 : 管心深さ

[計画最大流量]

節点データ



動水頭節点



流量節点

静水位 = 0.000 (m)

節点 番号	地盤高 HZ (m)	管心深さ FH (m)	入力流量 Q10(m ³ /s)	流量(計算上) (m ³ /s)	動水位 HW (m)	有効水頭 HE (m)	静水頭 SE (m)	名称
1	36.300	0.000		-0.0330	40.000	3.700	-36.300	
2	36.100	0.000	0.005	0.0049	39.893	3.793	-36.100	
3	35.800	0.000	0.001	0.0012	39.756	3.956	-35.800	
4	35.600	0.000	0.001	0.0014	39.304	3.704	-35.600	
5	36.000	0.000	0.003	0.0025	39.021	3.021	-36.000	
6	35.200	0.000	0.004	0.0040	38.966	3.766	-35.200	
7	35.000	0.000	0.003	0.0032	38.721	3.721	-35.000	
8	33.800	0.000	0.003	0.0025	38.478	4.678	-33.800	
9	33.500	0.000	0.004	0.0035	37.271	3.771	-33.500	
10	33.300	0.000	0.004	0.0040	37.216	3.916	-33.300	
11	34.500	0.000	0.004	0.0035	38.584	4.084	-34.500	
12	34.200	0.000	0.003	0.0025	37.650	3.450	-34.200	

「流量(計算上)」とは、該当する節点に接続されている管路の流量から求めた値です。

[計画最大流量]

管路入力データ

管路 番号	節点番号 始点 終点	管 長 L (m)	管 種 記 号	呼び径	流速係数 C	名 称
1	1 2	125.500	塩ビ管 VP (JIS K6741)	300	150.0	
2	2 3	213.500	塩ビ管 VP (JIS K6741)	300	150.0	
3	3 4	116.000	塩ビ管 VP (JIS K6741)	200	150.0	
4	4 5	80.000	塩ビ管 VP (JIS K6741)	200	150.0	
5	5 6	100.000	塩ビ管 VP (JIS K6741)	200	150.0	
6	6 7	314.000	塩ビ管 VP (JIS K6741)	150	150.0	
7	7 5	268.500	塩ビ管 VP (JIS K6741)	200	150.0	
8	7 11	93.000	塩ビ管 VP (JIS K6741)	200	150.0	
9	11 8	172.500	塩ビ管 VP (JIS K6741)	200	150.0	
10	8 9	79.000	塩ビ管 VP (JIS K6741)	65	150.0	
11	11 12	114.000	塩ビ管 VP (JIS K6741)	65	150.0	
12	8 10	64.500	塩ビ管 VP (JIS K6741)	65	150.0	

[計画最大流量]

管路計算データ

流入管
 流出管

基点 番号	管路 番号	節点番号		管 径 D (mm)	管 長 L (m)	流速係数 C	流 量 Q (m ³ /s)	流 速 V (m/s)	動水勾配 I (%)	損失水頭 HL (m)	ポンプ HP (m)
		始 点	終 点								
1	1	1	2	287.800	125.500	150.0	0.033	0.507	0.774	0.107	0.000
2	1	1	2	287.800	125.500	150.0	0.033	0.507	0.774	0.107	0.000
	2	2	3	287.800	213.500	150.0	0.028	0.435	0.583	0.137	0.000
3	2	2	3	287.800	213.500	150.0	0.028	0.435	0.583	0.137	0.000
	3	3	4	195.400	116.000	150.0	0.027	0.904	3.546	0.452	0.000
4	3	3	4	195.400	116.000	150.0	0.027	0.904	3.546	0.452	0.000
	4	4	5	195.400	80.000	150.0	0.026	0.857	3.214	0.283	0.000
5	4	4	5	195.400	80.000	150.0	0.026	0.857	3.214	0.283	0.000
	5	5	6	195.400	100.000	150.0	0.009	0.313	0.499	0.055	0.000
	7	5	7	195.400	268.500	150.0	0.014	0.460	1.016	0.300	0.000
6	5	5	6	195.400	100.000	150.0	0.009	0.313	0.499	0.055	0.000
	6	6	7	147.200	314.000	150.0	0.005	0.317	0.710	0.245	0.000
7	6	6	7	147.200	314.000	150.0	0.005	0.317	0.710	0.245	0.000
	7	5	7	195.400	268.500	150.0	0.014	0.460	1.016	0.300	0.000
	8	7	11	195.400	93.000	150.0	0.016	0.534	1.336	0.137	0.000
8	9	11	8	195.400	172.500	150.0	0.010	0.333	0.560	0.106	0.000
	10	8	9	67.800	79.000	150.0	0.003	0.969	13.885	1.207	0.000
	12	8	10	67.800	64.500	150.0	0.004	1.108	17.780	1.261	0.000
9	10	8	9	67.800	79.000	150.0	0.003	0.969	13.885	1.207	0.000
10	12	8	10	67.800	64.500	150.0	0.004	1.108	17.780	1.261	0.000
11	8	7	11	195.400	93.000	150.0	0.016	0.534	1.336	0.137	0.000
	9	11	8	195.400	172.500	150.0	0.010	0.333	0.560	0.106	0.000
	11	11	12	67.800	114.000	150.0	0.002	0.692	7.446	0.934	0.000
12	11	11	12	67.800	114.000	150.0	0.002	0.692	7.446	0.934	0.000

[計画最大流量]

有効水頭集計表

節点 番号	有効水頭 HE (m)								
1	3.700	2	3.793	3	3.956	4	3.704	5	3.021
6	3.766	7	3.721	8	4.678	9	3.771	10	3.916
11	4.084	12	3.450						